

Mecklenburg-Vorpommern



Nachname, Vorname des Prüflings:

Musterabitur 2024

Mathematik (WTR)

Leistungskurs

**Hinweise für die Lehrkraft
zur Durchführung, Korrektur und Bewertung
(nicht für die Hand des Prüflings)**

Hinweise für die Lehrkraft

- Aufgabenbearbeitung:** Die Prüfungsarbeit besteht aus den Teilen A und B.
- Der Prüfling erhält zunächst die Aufgaben für den Teil A mit den hilfsmittelfreien Aufgaben. Dieser beinhaltet
- 4 Pflichtaufgaben aus der Aufgabengruppe 1 (Aufgaben 1 bis 4),
 - 6 Wahlaufgaben aus der Aufgabengruppe 2 (Aufgaben 5 bis 10).
- Der Prüfling bearbeitet die vier Pflichtaufgaben und zwei Wahlaufgaben.
- Nach Abgabe der Aufgaben des Teils A erhält der Prüfling die Aufgaben des Teils B sowie die dafür vorgesehenen Hilfsmittel. Der Prüfungsteil B beinhaltet
- zwei Pflichtaufgaben (Aufgaben 1 und 2),
 - zwei Wahlaufgaben (Aufgaben 3 und 4).
- Der Prüfling bearbeitet die Pflichtaufgaben und eine Wahlaufgabe.
- Bearbeitungszeit:** Die Bearbeitungszeit für die Prüfungsteile A und B beträgt einschließlich Auswahlzeit 330 Minuten. Der Prüfling entscheidet selbstständig über den Zeitraum der Bearbeitung des Teils A, dieser Zeitraum darf jedoch maximal 100 Minuten betragen.
- Hilfsmittel:** Dem Prüfling stehen folgende Hilfsmittel zur Verfügung:
- ein an der Schule eingeführtes Tafelwerk,
 - ein an der Schule zugelassener wissenschaftlicher Taschenrechner (WTR), der nicht programmierbar und nicht grafikfähig ist und nicht über Möglichkeiten der numerischen Differentiation oder Integration oder des automatischen Lösen von Gleichungen verfügt,
 - Zeichengeräte,
 - ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung in gedruckter oder digitaler Form,
 - zweisprachiges Wörterbuch in gedruckter oder digitaler Form für Prüflinge mit nichtdeutscher Herkunftssprache.
- Für die Aufgaben des Teils A sind Tafelwerk und WTR nicht zulässig.
- Bewertung:** Die Lösungen sind in einer sprachlich korrekten, mathematisch exakten und äußerlich einwandfreien Form darzustellen. In der Niederschrift müssen die Lösungswege nachvollziehbar sein.
- Im Teil A sind je Aufgabe 5 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar, im Teil B sind 40 BE in der Aufgabe 1 und jeweils 25 BE in den Aufgaben 2 bis 4. Bearbeitet ein Prüfling mehr Wahlaufgaben als gefordert, so werden die Aufgaben gewertet, welche die höchsten Punktzahlen erbringen.

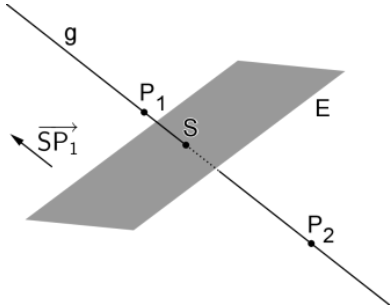
Maximal zwei Bewertungseinheiten können zusätzlich vergeben werden bei guter Notation und Darstellung sowie eleganten, kreativen und rationellen Lösungswegen, maximal zwei Bewertungseinheiten können bei mehrfachen Formverstößen abgezogen werden. Allein durch die Bearbeitung einer weiteren Wahlaufgabe im Teil A ist keine zusätzliche Bewertungseinheit erreichbar.

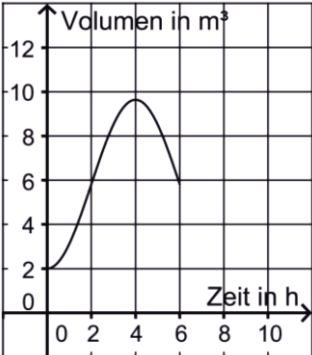
Bewertungstabelle – Leistungskurs, Teile A und B

Bewertungseinheiten	Punkte
114 bis 120	15 Punkte
108 bis 113	14 Punkte
102 bis 107	13 Punkte
96 bis 101	12 Punkte
90 bis 95	11 Punkte
84 bis 89	10 Punkte
78 bis 83	09 Punkte
72 bis 77	08 Punkte
66 bis 71	07 Punkte
60 bis 65	06 Punkte
54 bis 59	05 Punkte
48 bis 53	04 Punkte
40 bis 47	03 Punkte
33 bis 39	02 Punkte
24 bis 32	01 Punkt
0 bis 23	00 Punkte

Die Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Teilaufgaben ist verbindlich. Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Teil A Erwartungshorizont

Aufgabe	Pflichtaufgaben – Aufgabengruppe 1	mögliche BE	erteilte BE
1.1	Der Funktionsterm von f_2 enthält nur Potenzen von x mit geraden Exponenten.	1	
1.2	$f'_k(x) = 4x^3 + 3 \cdot (2-k) \cdot x^2 - 2kx$ $f''_k(x) = 12x^2 + 6 \cdot (2-k) \cdot x - 2k$ $f''_k(1) = 0 \Leftrightarrow 24 - 8k = 0 \Leftrightarrow k = 3$	4	
2.1	$\int_0^{\pi} (g(x) - f(x)) dx = \left[\frac{1}{2} x^2 + \cos x \right]_0^{\pi} = \frac{1}{2} \pi^2 - 2$	3	
2.2	$y = x - 2\pi$	2	
3.1	$2r + 2 \cdot (2 + 4r) - 2r = 2 \Leftrightarrow r = -\frac{1}{4}$, d. h. $S\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{1}{4}\right)$	3	
3.2		2	
4.1	Abbildung 1 stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dar. Abbildung 2 kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X nicht darstellen, da die Summe aller Wahrscheinlichkeiten größer als 1 wäre.	2	
4.2	<p>Aufgrund der Symmetrie der Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt $p = 0,5$.</p> $n \cdot 0,5 = 8 \Leftrightarrow n = 16$ $\sigma = \sqrt{16 \cdot 0,5 \cdot (1 - 0,5)} = \sqrt{4} = 2$	3	
	Summe:	20	

Aufgabe	Wahlaufgaben – Aufgabengruppe 2	mögliche BE	erteilte BE
5.1	Zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn befinden sich etwa $5,8 \text{ m}^3$ Wasser im Tank.	2	
5.2		3	
6.1	Die Steigung ist 1.	1	
6.2	<p>Tangente an den Graphen von g_c :</p> $y = g'_c(0) \cdot x + g_c(0) = c \cdot f'(0) \cdot x + c \cdot f(0) = c \cdot x + 2c$ $c \cdot x + 2c = 0 \Leftrightarrow x = -2$	4	
7.1	P liegt in der yz-Ebene, der Richtungsvektor von g steht senkrecht dazu.	2	
7.2	<p>Schnittpunkt der Diagonalen: $S(0 4 1)$</p> <p>Mit $\overline{SP} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $\overline{SQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ ergibt sich:</p> $ \overline{SP} = \overline{SQ} \text{ und } \overline{SP} \circ \overline{SQ} = 0$	3	
8.1	Die Gleichung von E liefert nur eine Bedingung für die y- und z-Koordinate der Punkte der Ebene.	1	
8.2	E schneidet die xy-Ebene in der Gerade g mit der Gleichung $y = 8$. Für $t = 8$ liegt D_t auf g, für $t > 8$ befinden sich A und D_t auf verschiedenen Seiten von E und für $t < 8$ liegen alle Eckpunkte der Pyramide auf derselben Seite von E. Folglich haben die Pyramide und E genau dann gemeinsame Punkte, wenn $t \geq 8$ gilt.	4	

9.1	In der Urne A können sich 4, 5 oder 6 rote Kugeln befinden.	1															
9.2	$\frac{1}{2} \cdot \frac{n+1}{4n+1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3n+1}{4n+1} = \frac{4n+2}{2 \cdot (4n+1)} = \frac{2n+1}{4n+1} = \frac{15}{29} \Leftrightarrow n = 7$	4															
10.1	$P(X_1 = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0,8^1 \cdot 0,2^4$	1															
10.2	z. B.: Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass bei Zugrundelegung von X_1 zwei oder weniger Treffer erzielt werden.	2															
10.3	<p>Darstellung der Verteilung</p> <table border="1"> <caption>Data for the bar chart in 10.3</caption> <thead> <tr> <th>k</th> <th>P(X₂ = k)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0,33</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0,41</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0,20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0,06</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0,01</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0,00</td> </tr> </tbody> </table>	k	P(X ₂ = k)	0	0,33	1	0,41	2	0,20	3	0,06	4	0,01	5	0,00	2	
k	P(X ₂ = k)																
0	0,33																
1	0,41																
2	0,20																
3	0,06																
4	0,01																
5	0,00																
	Summe:	10															

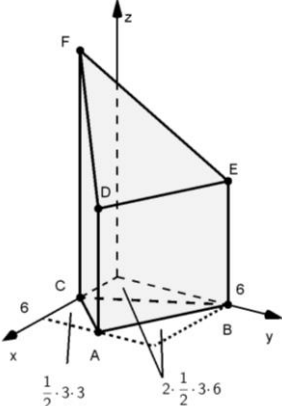
Teil B Erwartungshorizont

Aufgabe	Analysis - Pflichtaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
1.1	$f(-x) = \frac{1}{20} \cdot (-x)^4 - \frac{2}{5} \cdot (-x)^2 + 1 = \frac{1}{20} x^4 - \frac{2}{5} x^2 + 1 = f(x)$	2	
1.2	<p>$f(0) = 1$, d. h. die Höhe beträgt 1 dm.</p> <p>$f'(x) = \frac{1}{5} x^3 - \frac{4}{5} x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{5} x \cdot (x^2 - 4) = 0$</p> <p>Daraus ergibt sich in Verbindung mit der Abbildung 1, dass die Tiefpunkte des Graphen von f die x-Koordinaten -2 und 2 haben. Die Brücke ist also 4 dm lang.</p>	5	
1.3	$f(1) = \frac{13}{20} \neq \frac{3}{5} = \frac{1+0,2}{2} = \frac{f(0)+f(2)}{2}$, die beschriebene Bedingung ist also nicht erfüllt.	3	
1.4	<p>Der Term gibt für das rechte Bauteil die mittlere Steigung der oberen Randlinie an.</p> <p>$\frac{f(2)-f(1)}{2-1} = \frac{1}{5} - \frac{13}{20} = -\frac{9}{20}$</p>	2	
1.5	<p>$f''(x) = \frac{3}{5} x^2 - \frac{4}{5} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2}{3} \sqrt{3}$</p> <p>$\tan \alpha = f'\left(-\frac{2}{3} \sqrt{3}\right) = \frac{16}{45} \sqrt{3}$ liefert $\alpha \approx 32^\circ$.</p>	5	
1.6.1	$q(-0,9) = 0,8 - a \cdot (-0,9)^2 \leq 0 \Leftrightarrow a \geq \frac{80}{81}$	4	
1.6.2	Je größer der Wert von a ist, desto schmaler ist der Graph von q und damit die Durchfahrt der Brücke. Wird der Wert von a zu groß, kann kein Zug mehr hindurchfahren.	2	
1.6.3	<p>$q(x) = 0,8 - 1,25 \cdot x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0,8}{1,25} \Leftrightarrow x = \pm 0,8$</p> <p>$2 \cdot \left(\int_0^1 f(x) dx - \int_0^{0,8} q(x) dx \right)$</p> <p>$= 2 \cdot \left(\left[\frac{1}{100} x^5 - \frac{2}{15} x^3 + x \right]_0^1 - \left[0,8x - \frac{5}{12} x^3 \right]_0^{0,8} \right)$</p> <p>$= 2 \cdot \left(\frac{1}{100} - \frac{2}{15} + 1 - \left(\frac{16}{25} - \frac{16}{75} \right) \right) = 0,9$</p> <p>Damit: $0,9 \text{ dm}^2 \cdot 0,4 \text{ dm} \cdot \frac{800 \text{ g}}{1 \text{ dm}^3} = 288 \text{ g}$</p>	7	

1.7	<p>I: Diejenigen Teile der Graphen von g_ℓ und g_r, die im Längsschnitt die oberen Randlinien des linken bzw. rechten Bauteils darstellen, liegen nicht symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs. Damit ist die Aussage falsch.</p> <p>II: Diejenigen Teile der Graphen von g_ℓ und g_r, die im Längsschnitt die oberen Randlinien des linken bzw. rechten Bauteils darstellen, liegen symmetrisch bezüglich der y-Achse. Also gilt $g_\ell(-1-x) = g_r(1+x)$ für $0 \leq x \leq 1$ und damit $g_\ell(-1+x) = g_r(1-x)$ für $-1 \leq x \leq 0$. Folglich ist die Aussage richtig.</p>	4	
1.8.1	Aufgrund der Symmetrie bezüglich der Wendepunkte haben die drei linken, die drei mittleren und die drei rechten Bauteile im Hinblick auf die obere Randlinie jeweils die gleiche Form.	2	
1.8.2	k hat die Periode 6. Damit ergibt sich für den Flächeninhalt in Quadratdezimetern $1,5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot k(1,5) = 14,4$.	4	
	Summe:	40	

Aufgabe	Stochastik - Pflichtaufgabe				mögliche BE	erteilte BE
2.1		D	\bar{D}		3	
	F	0,1357	0,19	0,3257		
	\bar{F}	0,4543	0,22	0,6743		
		0,59	0,41	1		

2.2	$1 - P(\bar{F} \cap \bar{D}) = 1 - 0,22 = 0,78$	2	
2.3	$P_F(D) = \frac{P(F \cap D)}{P(F)} = \frac{0,1357}{0,3257} \approx 0,417$	3	
2.4	$P_D(F) = 0,23 \neq 0,59 \cdot 0,23 + 0,19 = P(F)$ Daher ist also $P_D(F) \neq P(F)$ und somit sind die Ereignisse D und F stochastisch nicht unabhängig.	3	
2.5	Es gibt genau zwei Ereignisse, Datenschutzbedenken und keine Datenschutzbedenken. Die Kunden werden aus einer sehr großen Anzahl von Kunden zufällig ausgewählt, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Wahrscheinlichkeit für Datenschutzbedenken bei jedem Kunden gleich groß ist. Das Erscheinen einer Pressemitteilung über einen Missbrauch von Daten in diesem Unternehmen kann dazu führen, dass die Annahme einer konstanten Wahrscheinlichkeit nicht mehr gerechtfertigt ist.	3	
2.6	$B_{100; 0,59}(X \leq 59) \approx 0,538$ $B_{100; 0,59}(50 \leq X \leq 64) \approx 0,841$	3	
2.7	Für $n = 5207$ gilt: $P_{n; 0,59}(X \geq 3000) \approx 0,9795$ Für $n = 5208$ gilt: $P_{n; 0,59}(X \geq 3000) \approx 0,9803$ Es müssen mindestens 5208 Personen befragt werden.	3	
2.8	A: zwei weiße Eier und B: alle Eier braun Es soll gelten: $P(A) = 4 \cdot P(B)$ $\binom{n}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} = 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$ $\frac{n \cdot (n-1)}{2} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{16}{9} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n = 4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^n$ Positive Lösung der Gleichung $n^2 - n - 72 = 0$: $n = 9$	5	
	Summe:	25	

Aufgabe	Analytische Geometrie - Wahlaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
3.1	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \sigma \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ mit } \mu, \sigma \in \mathbb{R} \text{ liefert das}$ <p>Gleichungssystem:</p> $\text{I } x = 6 + \mu - 2\sigma \quad \text{II } y = 3 + \mu + \sigma \quad \text{III } z = 6 - 2\mu$ <p>Aus III folgt $\mu = 3 - \frac{1}{2}z$ und damit aus II $\sigma = -6 + y + \frac{1}{2}z$.</p> <p>Mit I ergibt sich</p> $x = 6 + 3 - \frac{1}{2}z - 2 \cdot \left(-6 + y + \frac{1}{2}z\right) \Leftrightarrow x = 21 - 2y - \frac{3}{2}z.$	4	
3.2	$\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}{\sqrt{2^2 + 4^2 + 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{29}} \text{ liefert } \varphi \approx 56^\circ.$	3	
3.3		3	
3.4	$6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = \frac{27}{2}$ $\frac{27}{2} \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot \frac{27}{2} \cdot 6 = 108$	3	
3.5	<p>P_k liegt genau dann auf OA, wenn $\frac{6}{3} = \frac{1-k}{k} \Leftrightarrow k = \frac{1}{3}$ gilt.</p> <p>Intervall: $\left] \frac{1}{3}; 1 \right[$</p> <p>Kanten: \overline{BC}, \overline{EF}, \overline{AB}, \overline{DE}</p>	4	

3.6	<p>Bezeichnet man die gesuchte z-Koordinate mit q, so gilt für $0 \leq q \leq 6$:</p> $\overrightarrow{QR} \circ \overrightarrow{QF} = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 2-q \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 12-q \end{pmatrix} = 0$ $\Leftrightarrow 9 + (2-q) \cdot (12-q) = 0 \Leftrightarrow q^2 - 14q + 33 = 0$ $\Leftrightarrow q = 7 - \sqrt{49 - 33} = 3$	5	
3.7	<p>Aufgabenstellung: Der mit C bezeichnete Eckpunkt des Körpers wird nach der Drehung mit T bezeichnet. Ermitteln Sie die Koordinaten von T.</p> <p>Der Punkt S ist der Fußpunkt des Lots von C auf AB.</p>	3	
	Summe:	25	

Aufgabe	Analytische Geometrie - Wahlaufgabe	mögliche BE	erteilte BE
4.1	Den Koordinaten der gegebenen Punkte ist zu entnehmen, dass das Viereck OABC ein Quadrat ist. Damit ist das Dreieck ABC rechtwinklig und gleichschenkelig. Flächeninhalt: 8	3	
4.2	$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + u \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, u \in \mathbb{R}$ Die Gerade h schneidet die xy-Ebene im Punkt B. Die Gerade durch A und C liegt in der xy-Ebene und verläuft nicht durch B.	3	
4.3	$\cos(60^\circ) = \frac{\left \begin{pmatrix} t \\ t \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right }{\sqrt{t^2 + t^2 + 16}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{\sqrt{2t^2 + 16}} \Leftrightarrow 2t^2 + 16 = 64$ $\Leftrightarrow t = -\sqrt{24} \vee t = \sqrt{24}$	4	
4.4	Verlängert man eine passende Kante der Schnittfigur so, dass die Verlängerung die Gerade h schneidet, so stimmt die z-Koordinate des Schnittpunkts mit dem Wert von t überein.	3	
4.5	Volumen der Pyramide $ABCP_6$: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 = 16$ Volumen der Pyramide, die den betrachteten Teilkörper zur Pyramide $ABCP_6$ ergänzt: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2$ Volumen des betrachteten Teilkörpers: $16 - 2 = 14$	5	
4.6	$t \in [-3; 3] \setminus \{0\}$ Zwei der Eckpunkte sind stets die Punkte A und C. Für $0 < t \leq 3$ liegt der dritte Eckpunkt auf der Seitenkante \overline{BF} des Quaders, für $-3 \leq t < 0$ auf der gegenüberliegenden Seitenkante.	4	
4.7	Bestimmen Sie diejenigen Werte von t, für die B und E_t den Abstand 2 voneinander haben.	3	
	Summe:	25	